


Čovek koji je  
suviše znao

KNJIGE IZ SERIJE „VELIKA OTKRIĆA“

Mičio Kaku *Ajnštajnov kosmos:  
Kako je vizija Alberta Ajnštajna promenila  
spoznaju prostora i vremena*

Barbara Goldsmit *Opsesivni genije:  
Unutrašnji svet Marije Kiri*

Dejvid Livit *Čovek koji je suviše znao:  
Alan Tjuring i otkriće računara*



VELIKA OTKRIĆA

DEJVID LIVIT

# Čovek koji je suviše znao

*Alan Tjuring i otkriće računara*

Prevod  
Katarina Ješić



HELIKS

Naslov originala: David Leavitt: The Man Who Knew Too Much  
Copyright © 2006 by David Leavitt  
Translation Copyright © 2010 za srpsko izdanje, Heliks

Izdavač: Heliks, Smederevo (www.heliks.rs)  
Za izdavača: Brankica Stojanović

Lektor: Vesna Đukić  
Redaktor: Aleksandra Dragosavljević

Štampa: Artprint, Novi Sad  
Tiraž: 1000 primeraka

ISBN: 978-86-86059-08-6

CIP - Каталогизacija у публикацији  
Народна библиотека Србије, Београд

004:929 Тјуринг А.  
004(091)

**ЛИВИТ, Дејвид**

Човек који је сувише знао : Алан Тјуринг  
и откриће рачунара / Дејвид Ливит ; превод  
Катарина Јешић. - Смедерево : Heliks, 2010  
(Нови Сад : Artprint). - 311 стр. ; 20 cm. -  
(Velika otkrića)

Prevod dela: The Man Who Knew Too Much /  
David Leavitt. - Tiraž 1.000. - Napomene:  
str. 280-294.

ISBN 978-86-86059-08-6

а) Тјуринг, Алан (1912-1954) б)  
Рачунарство - Историја  
COBISS.SR-ID 178606860

*Marku: prijatelju, drugu, partneru*



# Sadržaj

POGLAVLJE 1	Čovek u belom odelu	9
POGLAVLJE 2	Posmatrajući krasuljke kako rastu	15
POGLAVLJE 3	Univerzalna mašina	55
POGLAVLJE 4	Bog je lukav	103
POGLAVLJE 5	Nežna kora	141
POGLAVLJE 6	Elektronski atleta	191
POGLAVLJE 7	Igra imitacije	229
POGLAVLJE 8	Prajsova bova	259

*Napomene* 279

*Indeks* 295





## Čovek u belom odelu

U filmskoj komediji Aleksandera Makendrika, *Čovek u belom odelu*, iz 1951. godine, Alek Ginis glumi Sidnija Stratona, neodlučnog, pomalo detinjastog hemičara, pronalazača tkanine koju je nemoguće pohabati ili isprljati. Njegov pronalazak je dočekan kao veliki napredak – sve do trenutka kada vlasnik fabrike u kojoj Sidni radi, zajedno s predstavnicima sindikata, njegovim kolegama, shvati da bi zbog proizvodnje te tkanine ostali bez posla. Ove večno suprotstavljene strane ujedinjuju snage da bi uhvatile Sidnija i uništile tkaninu.

Bez sumnje, netačno je svako poređenje između Sidnija Stratona i Alana Tjuringa – engleskog matematičara, pronalazača i tvorca mašine kojom je dešifrovana nemačka Enigma u Drugom svetskom ratu. Pre svega, povlačenje bilo kakve paralele značilo bi da Stratona posmatramo (pogotovo zbog činjenice da je njegov lik u filmu glumio Alek Ginis koji je i sam bio homoseksualac), u najmanju ruku, kao tipičnog homoseksualca, dok bi prikaz hajke na njega trebalo da bude

metafora opšteg progona homoseksualaca u Engleskoj pre nego što je 1967. legalizovano dotad krivično delo „velike nepristojnosti“ među odraslim muškarcima. Ovo očigledno tumačenje filma *Čovek u belom odelu* mnogi obožavaoci neće prihvatiti, a većina će protestovati. Kad bismo poredili Sidnija Stratona i Alana Tjuringa morali bismo zanemariti presudne razlike između ta dva naučnika: dok su Stratona progonili zbog njegovog pronalaska, Tjuring je istu sudbinu doživeo *uprkos* uspehu koji mu je doneo pronalazak. Stratonovo belo odelo doživelo je neuspeh, a Tjuringove mašine – i hipotetične i realne – ne samo da su pokrenule novo doba računara, nego su odigrale ključnu ulogu u pobedi savezničkih snaga nad Nemačkom u Drugom svetskom ratu.

Čemu, onda, bilo kakva poređenja? Rekao bih, samo zato jer nam *Čovek u belom odelu* može dočarati mnoge okolnosti kratkog života Alana Tjuringa: homoseksualnost, naučnu maštovitost, Englesku u prvoj polovini 20. veka. Poput Stratona, Tjuring je bio naivan, rasejan i nesvestan sila koje su mu pretile. Obojica su radili potpuno sami. Kao Straton, i Tjuring je pokušavao da stopi teoriju i praksu, pristupajući matematici sa stavom koji je odražavao industrijski etos Engleske u kojoj je odrastao. Baš kao Stratona, i Tjuringa su „iz društva izopštile i proterale sile“ koje su ga smatrale opasnim. Po tome je nalik i na Forsterovog junaka, Morisa, koji se bojao da će biti „izopšten iz društva“ ako se otkrije da je homoseksualac. Označen kao značajan za nacionalnu bezbednost zbog svog herojskog zalaganja u Drugom svetskom ratu, Tjuring je uhapšen i godinu dana nakon premijere filma *Čovek u belom odelu* izveden je pred sud pod optužbom da je počinio krivično delo „velike nepristojnosti“ s drugim muškarcem. Umesto da bude osuđen na izdržavanje zatvorske kazne,

podvrgnut je ponižavajućem tretmanu estrogenskim injekcijama kako bi se „izlečio“. Konačno, 1954. godine, izvršio je samoubistvo: zagrizao je jabuku umočenu u cijanid. Ovo je bila jasna aluzija na otrovanu jabuku u jednom od njegovih omiljenih filmova, Diznijevoj *Snežani i sedam patuljaka*, a čemu su kasnije njegovi biografi pridavali veliki značaj.

Pred kraj života, Tjuring je u pismu prijatelju Normanu Rautlidžu povezao to hapšenje sa svojim dostignućima u izuzetnom silogizmu:

Tjuring veruje da mašine mogu da misle  
Tjuring leže s muškarcima  
Dakle, mašine ne mogu da misle

Čini se kako je najviše strahovao od toga da će njegova homoseksualnost biti iskorišćena ne samo protiv njega, već i protiv njegovih ideja. Tjuring nije slučajno odabrao osobu s kojom će „deliti postelju“, da upotrebimo arhaični biblijski izraz. Bio je potpuno svestan koliko homoseksualnost i njegova vera u računarsku inteligenciju predstavljaju pretnju za organizovanu religiju. Na kraju krajeva, i njegovo insistiranje na preispitivanju pretenzija ljudske vrste nad misaonim procesom izložilo ga je mnogim kritikama četrdesetih godina prošlog veka, možda zato što je u njegovom pozivu na pravedan odnos prema mašinama bilo i suptilne kritike društvenih normi koje su jednoj populaciji – homoseksualnim ženama i muškarcima – negirale pravo na legitimno i legalno postojanje. Tjuring je, bez obzira na doba u kome je odrastao, uzimao zdravo za gotovo da nema ničeg *lošeg* u homoseksualnosti; još je neobičnije što taj stav prožima i neke njegove najsloženije matematičke spise. Ta sposobnost da uočava neočekivane

veze donekle je bila odlika prirode njegove mašte – čudesno originalne, a istovremeno neobično doslovne. Za ovu sposobnost je bar delimično mogao zahvaliti obrazovanju koje je stekao u školi Šerborn i na Kraljevom koledžu za zlatnih dana E. M. Forstera i Džona Majnarda Kejnza, na Prinstonu za vreme Ajnštajnovne vladavine, na čuvenim Vitgenštajnovim predavanjima iz osnova matematike, i na tajnom radu za vladu, u Blečli Parku, gde je u svakodnevnom odgonetanju zakučastog nemačkog šifrovanja brusio svoju genijalnost i oslobađao svoj gibak um.

Fama nastala posle Tjuringovog hapšenja i samoubistva direktno je uticala na to da se godinama minimalizuje njegov doprinos razvoju modernog računara, a u određenim oblastima potpuno zanemari. Zasluge za ideje koje su bile Tjuringove često su pripisivane Džonu fon Nojmanu, njegovom profesoru s Prinstona\*. Tek pošto su dokumenti o njegovom angažovanju u Blečli Parku postali dostupni javnosti, i nakon što je Endru Hodžiz objavio nepristrasnu Tjuringovu biografiju 1983. godine, ovom velikom misliocu i naučniku odate su zaslužene počasti. Danas se Tjuring smatra jednim od najbitnijih naučnika 20. veka. Pa ipak, u najvažnijim prikazima njegovog rada homoseksualnost je ili potpuno izostavljena ili je predstavljena kao neprijatna i krajnje tragična mrlja u njegovoj inače besprekornoj karijeri.

O Alanu Tjuringu prvi put sam čuo sredinom osamdesetih godina, kada se često pominjao kao mučenik, žrtva engleske netolerancije. Iako sam u srednjoj školi učio osnove algebre, na koledžu i tokom kasnijeg školovanja nastojao sam da izbegnem matematiku. Još više sam se trudio da se držim što dalje

\* Za to je najviše zaslužan Martin Dejvis.

od računarske nauke, premda sam, poput većine Amerikanaca, sve više zavisio od računara. Onda sam počeo da čitam i saznajem detaljnije o Tjuringu i, na moje iznenađenje, njegov rad i život su me fascinirali. Među zastrašujućom zbrkom grčkih i nemačkih slova, logičkih simbola, oznaka i matematičkih formula kojima su protkane stranice njegovih radova, pronalazimo stvarnog mislioca i filozofa koji se s podjednakom lakoćom pitao da li bi računari mogli uživati u jagodama sa šlagom, rešavao stare i dosadne logičke probleme pomoću zamišljene mašine koja ispisuje jedinice i nule na beskonačnoj traci, ili primenjivao principe čiste matematike u praktičnu svrhu, zarad razbijanja šifrovanih neprijateljskih poruka.

Alan Tjuring je uspeo da premosti jaz između raskošne, nepoznate i (za mnoge ljude) neupotrebljive oblasti čiste matematike i industrijskog sveta fabrika. U tom je svetu sposobnost mašina da množe velike proste brojeve, obrađuju desetine hiljada kombinacija rasporeda raznih slova ili pomažu pri projektovanju mostova označavala razliku između finansijskog uspeha ili propasti, a u pojedinim slučajevima između života i smrti. Ipak, bilo bi pogrešno tvrditi da je Tjuring na svoj posao gledao kao na dužnost ili na puko premošćavanje tog jaza; naprotiv, on je slučajno izabrao baš taj put od matematičke logike do izgradnje mašine, a navodio se samo mapom u svom jedinstvenom, čudnom, u svakom slučaju ekscentričnom umu. Bio je sušta suprotnost korporacijskom čoveku, a da je, u određenom smislu, bio „normalniji“, možda nikada ne bi postigao takve uspehe. Upravo mu je status potpunog outsajdera omogućio da načini kreativne skokove koji su obeležili njegov život i promenili svet.

Lin Irvin, književnica i supruga matematičara Maksa Njumanana, u kratkom podsećanju na Tjuringa koje je objavila

kasnih pedesetih godina, napisala je i ovo: „Alan je svakako mnogo manje odražavao duh 18. i 19. veka nego mnogi njegovi savremenici. Da ga smestite u kontekst nekog vremena morali biste se vratiti tri veka unazad (ili, možda, još dva pride)... “. Njeno viđenje Tjuringa kao ličnosti koja je pripadala prošlosti i budućnosti veoma je pronicljivo i upravo ono najbolje ističe njegov neuspeh da nađe mesto u vremenu u kome je rođen. Nekoliko pasusa kasnije piše:

„Odeća mu nikad nije pristajala, bilo da je nosio barberi mantil, pohaban, prljav i za broj manji, ili kada bi se potrudio i obukao belu košulju i svoje najbolje plavo odelo od tvida. Alhemičarski ogrtač ili srednjevekovna verižnjača bili bi savršeni za njega, ovo prvo jer se slaže uz njegovu zamišljenu pojavu, a drugo jer pasuje toj tamnoj, moćnoj glavi, s bradom poput broskog pramca, i nosa kratkog i zakrivljenog kao u životinje koja nešto njuška. Verižnjača bi odgovarala i Tjuringovim očima, plavim do nijanse sjajnih i raskošnih vitraža.“

Alhemičar je objedinio logičke principe, žice te električna kola i napravio mašinu. Vitez je odbranio pravo nastale mašine na budućnost.

Da je samo bio kadar spasiti sebe.

## Bog je lukav

### 1.

Tjuring je sada imao rezultat. Odredio je definiciju za potpuno novu kategoriju brojeva – izračunljive brojeve – i usput pokazao da se *Entscheidungsproblem* ne može rešiti. Što je još važnije, uveo je u matematički rečnik neočekivan i originalan koncept: *a*-mašinu. „Danas je veoma teško shvatiti“, napisao je Njuman u svojim memoarima, „koliko je velika novost bila uvesti u rasprave o osnovama matematike temu o papirnim trakama na koje su utisnuti šabloni...“. Jednako je bila odvažna novina pisati o stanjima uma u matematičkim radovima; kao što je Hodžiz primetio, predočavanje dodatnog argumenta kao napomene bio je višestrano „bezbedniji“ pristup. Pa ipak, pitanje kako ljudska bića misle zaokupljalo je Tjuringa bar od 1931. godine kada je napisao esej „Priroda duše“ za majku Kristofera Morkoma. Esej počinje opštim objašnjenjem uticaja razvoja u fizici i kvantnoj mehanici na naučno poimanje kosmosa, a onda pisac naglo prelazi na razmatranje slobodne volje:

Imamo volju koja može da odredi delovanje atoma u manjem delu mozga, a moguće i u celom. Ostatak tela se ponaša kao pojačavač ovog delovanja. Sada dolazimo do pitanja na koje se mora odgovoriti: kako je regulisano delovanje drugih atoma u kosmosu? Verovatno po istom zakonu, daljinskim delovanjem duše, no kako ne postoji sistem za pojačavanje tog dejstva, izgleda kao da njima upravlja puka slučajnost. Očigledna nepredodređenost u fizici je skoro kombinacija slučajnosti.

U doba kvantne mehanike slučajnost je, drugim rečima, zamenila dušu kao vodeće načelo koje mora biti osnova svakog pokušaja da se shvati priroda kosmosa – ali, da li je tako? Očigledan je Tjuringov ambivalentan stav prema ovom pitanju. Iako je dejstvo atoma „izgleda određeno čistom slučajnošću“ (kurziv sam ja dodao), u suštini, atomi su verovatno podređeni istoj volji pomoću koje smo mi, ljudska bića, sposobni da kontrolišemo bar mali deo svog uma. Prema tome, „delovanje duše na daljinu“ *nije* napušten koncept.

Tjuring se, izgleda, lomio pokušavajući da u ovom radu pomiri svoju posvećenost naučnoj rigidnosti (koju mu je delimično usadio Kristofer Morkom) i čežnju da sačuva bilo kakvu vezu s Kristoferovom dušom posle njegove smrti. I zaista, u sledećem delu esej postaje ličniji. Iako Kristoferovo ime nijednom nije pomenuo, njegov duh lebdi između redova:

Po meni, duša je zaista večno povezana s materijom, ali zasiurno ne uvek u istom telu. Verovao sam kako je moguće da duša po smrti pređe u univerzum potpuno odvojen od ovog našeg, ali sada smatram da su materija i duša povezane tako čvrsto da bi takva pomisao bila protivrečna. Međutim, moguće je, mada je malo verovatno, da takvi univerzumi postoje.



Da li duša nadživljava telo? Ako je tako, kako i gde? Pitanje je u suštini religijsko, pa ipak, razmatrajući ga, Tjuring nijednog trenutka nije zašao u polje misticizma niti je narušio svoju objektivnu naučnu perspektivu. Razmišljanje o mogućnosti da duh Kristofera Morkoma nije samo nadživeo telo nego je ostao u istom „univerzumu“, Tjuringu je, izvesno, pružalo utehu:

Što se tiče stvarne veze između duše i tela, smatram da telo, usled toga što je živo, može da privuče i da zadrži dušu. Dok je telo živo i budno, ono je čvrsto povezano s dušom. Ne mogu da nagađam šta se dešava kada telo zaspi, ali kada telo umre, mehanizam tela koji drži dušu prestaje da funkcionise te duša pre ili kasnije, možda i u samom trenutku smrti, nalazi novo telo.

Što se tiče pitanja zašto uopšte imamo tela i zašto ne možemo živeti slobodno kao duše i komunicirati u tom obliku, odgovor je da bismo verovatno mogli, međutim, ne bismo mogli ništa drugo da radimo. Telo dopušta duši da ga koristi i da se brine o njemu.

Ima nečeg duboko intimnog i dirljivog u ovom odlomku, napisanom kao uteha majci mladića koga je Tjuring obožavao i s čijom dušom se nadao da će ostati povezan posredstvom svog *tela*. Više od dve decenije ranije Forster je započeo *Hauardov kraj* rečima: „Samo spojeni...“. Ova fraza se ponovo pojavljuje u dvadeset drugom poglavlju romana, gde je Forster napisao: „Spajanjem proze i strasti oba će biti uzdignuta, a ljudsku ljubav ćemo sagledati kao njihov vrhunac. Nikada više ne živeti u delićima“. Forsterove reči mogu se tumačiti kao poziv na spajanje tela i duše što je nespojivo s

likom Klajva Darama koji vezu s Morisom uspeva da održi samo ako među njima nema seksa. Klajva ne sablažnjava, vidimo na kraju romana, samo otkriće da Moris planira da pobjegne s njegovim lovočuvarem Alekom Skaderom nego saznanje da su Moris i Alek imali odnose. Nasuprot tome, Tjuring svoj esej zaključuje žarkom posvetom telesnom, što ukazuje na mogućnost da je Forster posredno uticao na njega. Da nema tela, „koje omogućava duši da ga koristi i brine se o njemu“ duh bi, verovatno, venuo i nestao. Bez tela koje ga materijalizuje, duh ostaje apstrakcija iz koje se ništa životno vitalno ne može dobiti.

Hodžiz je primetio da „Priroda duše“ preoblikuje naša istraživanja u pitanje slobodne volje i determinizma – stepen u kome duša kontroliše telo i obratno – što će kasnije stvoriti osnovu za „Izračunljive brojeve“. Na kraju krajeva, dva stanovišta kojima se Tjuring ovde bavio paralelna su sa argumentima „stanje uma“ i „uputstava“. Pa ipak, ideja o proučavanju „stanja uma“ mogla je, takođe, nastati na Kraljevom koledžu. Kada je Džon Majnard Kejnz govorio o tumačenju religije u knjizi *Principia Ethica* Dž. E. Mura, takođe je upotrebio izraz „stanje uma“, i napisao da za njega i njegove kolege apostole „stanja uma nisu povezana s delovanjem, dostignućima i posledicama. Ona postoje u bezvremenom, strastvenom stanju kontemplacije i opštenja, uglavnom neograničena pojmovima ‘pre’ i ‘posle’“. Vrednosti ovakvih stanja uma, nastavlja Kejnz:

zavise, u odnosu na principe organske celine, od stanja stvari kao celine koja se ne bi mogla svrsishodno analizirati deo po deo. Na primer, vrednosti stanja uma u stanju zaljubljenosti ne zavisi samo od prirode nečijih emocija nego i od vrednosti

osobe prema kojoj su emocije usmerene, prirode njenih osećanja te od toga da li su osećanja uzvraćena. Međutim, ako se dobro sećam, ne zavisi, ili bar ne u velikoj meri, od toga šta se dogodilo ili kako se neko osećao zbog toga...

Na prvi pogled, izgledalo je da je Kejnsov svet „strastvenog razmišljanja“ i romantičnih prijateljstava daleko od Tjuringovog sveta sa osobama računarima koji izvode algoritamske operacije. Ipak, postoji zajednički element. Obojicu je vodila pobuda da analiziraju poimanje iskustva i razlože ga na sastavne delove: s jedne strane, „bezvremeno, strastveno stanje razmišljanja i opštenja, uglavnom neograničeno pojmovima pre i posle“, s druge, trenuci – *m*-konfiguracije – na koje se može podeliti računarska procedura. Takođe, ispod površine obe analize *intelektualnog* leži podrazumevano shvatanje da takvo stanje mora uzeti fizički oblik da bi analize dobile neko značenje. U Kejnsovom eseju pojam tela se podrazumeva, baš kao što i neizrečena mogućnost da se *a*-mašina zaista može napraviti odjekuje u Tjuringovoj hipotetičkoj, čak apstraktnoj upotrebi analogije s mašinom.

## 2.

Tjuring je završio prvi nacrt „Izračunljivih brojeva“ u proleće 1936. godine. Teško je nagađati da li je u tom trenutku bio svestan koliko će biti dalekosežne posledice tog rada. Bio je neverovatno tvrdoglav kao i Gedel, i namučio se da svoje rezultate odvoji od njegovih:

Trebalo bi obratiti pažnju na činjenicu da će moji dokazi biti potpuno različiti od poznatih Gedelovih rezultata. Gedel je

pokazao da (iskazano u duhu formalizma Principia Mathematica) postoje takve tvrdnje  $U$  gde ni  $U$  niti  $\neg U$  nisu dokazivi. Stoga je pokazano da nijedan dokaz neprotivrečnosti u Principia Mathematica (ili za  $K$ ) ne može biti izveden u okviru tog formalizma. S druge strane, primećujem da ne postoji univerzalna metoda pomoću koje se saznaje da li je data formula  $U$  dokaziva u  $K$  ili, što se svodi na isto, da li je neprotivrečan sistem koji se sastoji od  $K$  kome je pridodato  $\neg U$  kao poseban aksiom.

Tjuringov rezultat je istakao važnost procesa. Istina, u radu je kao početna tačka iskorišćena Gedelova ideja da se matematičke operacije koje obuhvataju brojeve mogu izraziti kao brojevi. Međutim, njegova fascinacija umom odvela ga je u potpuno drugačijem pravcu od onoga u kom je krenuo Gedel, samoproklamovani „platonista“ i „matematički realista“ koji je jednom pokušao da izvede dokaz da postoji Bog. Gedel je u mnogo čemu bio antiformalista. U pismu Hao Vangu (7. decembra 1967. godine) napisao je:

Dodao bih da je moj objektivistički koncept matematike i metamatematike uopšte, posebno pojam transfinitnog, bio izvorni princip mog rada u oblasti logike.

Kako bi neko mogao pomisliti da *izrazi* metamatematiku u matematičkim sistemima, ako se smatra da se matematički sistemi sastoje od besmislenih simbola koji stiču nekakvo značenje samo kroz metamatematiku?

Za razliku od Tjuringa, Gedela njegova preokupacija nije neminovno vodila ka *Entscheidungsproblemu*. Svejedno, Tjuringov rezultat je imao jasnu gedelovsku primesu, to jest,

njegov odgovor, u određenom smislu, i nije bio odgovor s obzirom na to da je samo pokazao kako je problem odlučivosti sam po sebi primer neodlučivog problema. S druge strane, Tjuringov rad bio je izuzetno konstruktivan jer je u njemu postavljena jasno definisana teorija izračunljivosti a istovremeno su dati specifični primeri velikih klasa izračunljivih brojeva.\* S tim radom prvi put je predstavljen stvarno upotrebljiv model računске mašine.† Nije važno što je ta mašina, bar u početku, bila hipotetička; njena jednostavnost bila je po mnogo čemu njena najveća vrлина.

U aprilu 1936. godine, Tjuring je dao nacrt „Izračunljivih brojeva“ Njumanu. Solomon Feferman kaže da je Njuman isprva bio „podozriv prema Tjuringovim analizama jer je smatrao da ništa s tako jednostavnom osnovnom koncepcijom poput Tjuringovih mašina ne može biti upotrebљeno za dobijanje rešenja za ovako upečatљiv problem“, ali ubrzo je promenio mišljenje i ohrabrivao Tjuringa da objavi rad. Tjuring je bio oduševљen. S dvadeset i četiri godine bio je na korak od ogromnog doprinosa u svojoj naučnoj disciplini a to bi mu obezbedilo mesto na Kembridžu i povećalo prilično

\* Kao što su Kasti i DePauli primetili, Tjuring je podržao Godelovo otkriće tako što je pokazao da „Tjuringove mašine mogu izračunati samo *prebroјivi* skup brojeva – a to je skup čiji elementi mogu biti u 1–1 preslikavanju sa prirodnim brojevima. Međutim, skup realnih brojeva je neprebroјiv; tako dolazimo do iznenađujućeg rezultata: ogromna većina realnih brojeva nije izračunљiva.

† Hodžiz s razlogom ukazuje da frazu „Tjuringova mašina“ treba oprežno koristiti, te ističe da je ona „analogna štampanoј knjizi kao ilustraciji klase beskonačno mnogo mogućih primera... Prema tome, kada govorimo o „Tjuringovoj mašini“ treba uvek imati na umu da postoji beskonačno mnogo varijanti sa odgovarajućim svojstvima.

tričavu godišnju stipendiju od 300 funti. Izgledalo je da sve ide glatko. A onda su iskrsele nevolje.

Tog maja, Njuman je primio poštom kopiju članka prinstonskog matematičara Alonza Čerča pod naslovom „Nerešivi problem elementarne teorije bojeva“. U radu je Čerč izneo sistem – lambda račun – na kome je radio zajedno sa svojim studentima Stivenom Klinom i Džonom Barklijem Roserom. Taj sistem je upotrebio za definiciju  $\lambda$ -definabilnosti koja je, u suštini, značila isto što i Tjuringova izračunljivost. Još gore po Tjuringa bilo je to što je Čerč u svom drugom radu iskoristio koncept  $\lambda$ -definabilnosti da bi pokazao kako je *Entscheidungsproblem* nerešiv. Prvi rad je predstavljen pred Američkim matematičkim društvom 19. aprila 1935. godine, ali je tek kroz godinu dana prešao Atlantik. Drugi rad je objavljen u časopisu *Journal of Symbolic Logic* neposredno pre nego što je Tjuring završio prvi nacrt „Izračunljivih brojeva“.

Tjuringa su šokirale vesti o Čerčovim radovima koje mu je preneo Njuman. Još jednom, baš kao u Šerbornu, kao sa Sjerpinskim, kao s disertacijom – stvarnost ga je preduhitrila. Čerč, objasnio je svojoj majci, „radi isto, ali na različit način“. Ali, da li je to značilo da njegov rad ne treba da bude objavljen? Njuman nije mislio tako, na Tjuringovo veliko olakšanje. Naprotiv, kako je rekao svojoj majci, „gospodin Njuman i ja smo odlučili da se metoda dovoljno razlikuje od Čerčove što opravdava publikaciju mog rada“. Njuman je čak predložio Tjuringu da ode na Princeton kako bi istraživao zajedno s Čerčom te je napisao pismu Čerču i obrazložio mu situaciju:

Primerak rada koji ste mi ljubazno poslali, a u kome definišete „izračunljive brojeve“ i pokazujete da je *Entscheidungsproblem* u Hilbertovoj logici nerešiv, vrlo je zainteresovao

jednog mladog čoveka, A. M. Tjuringa. On se upravo spremao da objavi publikaciju u kojoj je upotrebio definiciju „izračunljivih brojeva“ u istu svrhu. Njegov postupak – to jest opisivanje mašine koja bi izračunavala bilo koju izračunljivu sekvencu – prilično je drukčiji od vašeg i smatram kako je izuzetno važno da sledeće godine radi s vama, ako je to ikako moguće.

Čak i u ovoj ranoj fazi igre, Njuman je brinuo da bi Tjuring mogao naštetiti svojoj karijeri zbog navike da radi kao samotnjak. Njuman je kasnije u svojim memoarima napisao da je sklonost njegovog „bivšeg studenta da sve izvodi od samog početka umesto da koristi rad drugih... unela svežinu i ukazala na samostalnost u njegovom radu ali ga je nesumnjivo veoma usporila, a kasnije uticala na to da njegovi radovi postanu teško razumljivi“. Pravilo je da mnogi matematičari rade sami, njihovo jedino oruđe je olovka i papir (ili tabla i komad krede). Ipak, u matematičkim krugovima često se ne gleda sa odobravanjem na preteranu, samonametnutu izolaciju. Pošto je radio samostalno Tjuring je sebi uskratilo razmenu informacija. Kako je Gandhi kasnije govorio, „može se reći da su Tjuringove analize bile uspešne upravo zbog činjenice da nije bio upoznat s radom drugih... Pristup je bio nov, neobičan, stil osvežavajući u svojoj direktnosti i jednostavnosti... Izrecimo pohvalu ovom nezbrkanom umu“. S druge strane, baš zbog toga što Tjuring nije poznao rad svojih savremenika silno su ga iznenadile Čerčove publikacije. Sredinom tridesetih godina prošlog veka problem izračunljivosti „lebdeo je u matematičkom vazduhu“. Nisu se samo Čerč, Klin i Roser bavili ovim problemom. Pitanje kako se definišu izračunljivi brojevi našlo se i u radovima Gedela,

Žaka Erbrana i Emila Posta. Svako od njih je koristio sopstvenu terminologiju: Erbranova efektivna izračunljivost bila je ekvivalent Čerčovoj  $\lambda$ -definabilnosti, Gedelovom konceptu rekurzivne funkcije\* i Tjuringovim izračunljivim brojevima, baš kao što je i Postova formulacija za konačni kombinatorni sistem 1 bila iznenađujuće slična s Tjuringovom  $a$ -mašinom (pri tome, Post je znao za Čerčov rad, mada ne i za Tjuringov; formulacija je objavljena u *Journal of Symbolic Logic* 1936. godine):

Naredna formulacija... obuhvata dva koncepta: *prostor simbola* u kome rad vodi ka nalaženju rešenja i zacrtani *skup pravaca* koji će istovremeno usmeriti operacije u prostoru simbola i odrediti redosled po kome će se te operacije primeniti

Umesto da koristi metaforu o mašini, Post je zamislio neka-kvu fabriku koja bi bila podeljena na „boksove“ u kojima bi se „kretao i poslovaio radnik zadužen za rešavanje problema... boravio bi i funkcionisao samo u jednom boksu u datom trenutku. Nezavisno od tog radnika, boks bi prepoznavao dva moguća stanja, na primer kad je prazan i neoznačen ili obeležen jednom oznakom, recimo vertikalnom crtom“. Iako je

\* Žak Erbran (1908–1931) skovao je termin „efektivna izračunljivost“ neposredno pred smrt (poginuo je u nesreći na skijanju). Prema Čerčovim rečima, rad koji je Erbran predao zajedno s Klinijem i Roserom ponikao je iz predavanja o opštim rekurzivnim funkcijama koje je Gedel držao na Princetonu 1934. godine, a na kome su Klini i Roser hvatali beleške. Kasti i DePauli su dali dobru definiciju rekurzivne funkcije nazvavši je „funkcija za koju postoji mehaničko pravilo izračunavanja njenih vrednosti preko prethodnih vrednosti, jedne za drugom, počev od neke inicijalne vrednosti“.



Post bio Amerikanac i predavao u Siti koledžu u Njujorku, pozivao se na onaj isti svet masovne proizvodnje koji je opisan u filmu *Čovek u belom odelu*.<sup>\*</sup> Ipak, njegov niz boksova doslovno je analogan Tjuringovoj traci, baš kao što je i njegov radnik analogan *a*-mašini. Za preciznost paralele između Postove formulacije i Tjuringove mašine zaslužan je platonski koncept matematike kao procesa otkrića a ne pronalaska. Izgledalo je da ideja napreduje zahvaljujući svojoj prirodi, željna da nađe svoj izraz. Iako je Čerč imao vrlo realnu prednost jer je prvi pošao sa startne pozicije, još uvek nije bilo jasno hoće li se na kraju pokazati da li je njegov lambda račun najkorisniji, najpragmatičniji ili najupečatljiviji pristup.

### 3.

Sam Čerč je bio izuzetno čudna pojava. Rođen 1903. godine u Vašingtonu, praktično celo zrelo životno doba proveo je u Prinstonu gde je diplomirao, magistrirao, doktorirao i potom 1929. godine postao profesor. Van Prinstona je živio samo 1927. i 1928. godine, kada je kao stipendista Fondacije za nacionalno istraživanje studirao na Harvardu, u Getingenu sa Hilbertom i u Amsterdamu sa Brauerom. Prisećajući se godina koje je proveo na Prinstonu, italijanski matematičar Đankarlo Rota kazao je da je Čerč ličio na „pandu ukrštenog s velikom sovom. Govorio je polako i to u čitavim pasusima pa se činilo kao da ih je čitao iz knjige, izražavajući se ujednačeno

<sup>\*</sup> Post je izgubio ruku u nesreći još kao dete i verovatno je bio manično-depresivan. Umro je 1954. godine, u pedeset sedmoj; dobio je srčani udar tokom terapije elektrošokovima. Imao je krajnje neobičan pristup matematici jer je insistirao na psihologiji i intuiciji.

i sporo, poput mašine koja govori. Kad ga prekinu, pravio je neprijatno dugu pauzu kako bi povratio nit izlaganja“.

Čerč je bio poznat po tome što je radio celu noć. Svoje beleške, pažljivo obeležene raznobojnima flomasterima, ostavljao je sekretarici katedre za matematiku da ih prekuca sledećeg jutra. Njegov doprinos matematičkoj katedri bio je mali ako se izuzme njegov nastavni rad i uređivanje rubrike s recenzijama u časopisu *Journal of Symbolic Logic* u čijem osnivanju je i sam učestvovao 1936. godine. Njegovo izostajanje sa fakultetskih sastanaka često je izazivalo negodovanje drugih i možda je delimično zbog toga stekao zvanje redovnog profesora tek 1947. godine, posle osamnaest godina na fakultetu.

O Čerčovoj povučenosti su kružile priče. Njegov kolega Albert Taker prisećao se da mu je dekan prinstonskog fakulteta rekao kako „često sreće Čerča u studentskom gradu, a kada mu se obrati Čerč mu ne odgovara“. Na popodnevni čaj u zajedničkim prostorijama Čerč je „uvek stizao pri kraju; mleko ili pavlaku preostale u posudi, izručio bi u neki skoro prazan čajnik i popio tu mešavinu čaja i mleka. Onda bi se povukao u svoj kabinet i celu noć radio“. Ipak, njegova predavanja bila su pedantna i marljivo organizovana da su često postajala predmet šala: „Ako je Čerč rekao da je nešto očigledno, onda su svi to videli pola sata ranije“.\*

Ponašanje mu je bilo gotovo kompulsivno. Na primer, sećao se Rota, imao je ogromnu kolekciju naučnofantastičnih romana i svaki je bio obeležen šifrom, krugom ili krstom.

\* Šala koja se odnosila i na druge prinstonske matematičare nastavljala se: „Ako Vejl kaže da je nešto očigledno, Fon Nojman će to dokazati. Ukoliko Lefšec izjavi da je nešto očigledno, onda je to greška“.

Ponekad je ispravljao pogrešnu numeraciju na marginama knjige. Njegova predavanja, nastavljao je Rota, neizostavno su „počinjala desetominutnim ceremonijalnim brisanjem table dok površina ne postane potpuno čista, bez ijedne mrlje. Pokušali smo da mu uštedimo trud pa smo brisali tablu pre nego što dođe, međutim, bilo je uzalud. Tog rituala se nije mogao odreći. Čistio je vodom, sapunom i četkom, a zatim je sledilo deset minuta potpune tišine dok se tabla sušila“. Za sama predavanja nisu mu bile potrebne nikakve pripreme s obzirom na to da su se svodila na doslovno recitovanje otkucanih tekstova pripremljenih i prikupljenih tokom dvadeset godina, koji su se čuvali u biblioteci. U retkim trenucima kada je Čerč bio prinuđen da odstupi od pripremljenog teksta, uvek bi unapred upozorio studente.

Čerčova preciznost bila je donekle deo njegovog talenta za logiku. Kao što je Taker primetio, „bio je potpuno nesvestan svega na ovom svetu sem matematičke logike“. Prema Rotinom kazivanju, Čerč nikada nije koristio jednostavne izjave poput „pada kiša“, jer takva izjava, izdvojena iz konteksta, nema nikakvog smisla. ... Umesto toga rekao bi: „Moram da odložim odlazak u Ulicu Nasau pošto pada kiša, a to je činjenica koju mogu da potvrdim kad pogledam kroz prozor“. Lambda račun je u svojoj preciznosti na sličan način bio bez mane; prema Klinu, imao je „izvanredno svojstvo – bio je sadržan u veoma jednostavnoj, skoro jedinoj mogućoj formulaciji nastaloj sasvim prirodno, bez prethodnog razmatranja rezultata“. Klin je ipak rezonovao na sledeći način: „Umesto efektivne izračunljivosti, pogodnija je – verujem čak i nužna – Tjuringova izračunljivost čija je prednost to što je usmerena direktno na cilj. Čerčove  $\lambda$ -definicije su možda zgodnije, kao što je sam Tjuring skromno rekao, ali je  $a$ -mašina „verovatno ubedljivija“.

Što je manja akademska arena, veći su ulozi. Godine 1936, matematičkom logikom bavilo se malo naučnika, i ona kao da je bila odbojna široj matematičkoj zajednici, posebno u Americi. U intervjuu koji je s Čerčom napravio Vilijam Asprej 1984. godine, Čerč se prisećao: „Nije bilo još mnogo zainteresata za to polje matematike koje nije smatrano naročito značajnim, i to delimično s razlogom. Mnoge su gluposti objavljene u toj oblasti“. To što se tako malo matematičara zanimalo za tajanstveni *Entscheidungsproblem*, nije značilo da će rešenje tog problema biti imalo manje značajno dvojici naučnika. I jedan i drugi videli su sebe kao pobednika u bici koja se vodila već vekovima. Štaviše, obojici je bilo potrebno priznanje. Na kraju krajeva, Čerč je 1936. imao samo trideset tri godine. Bio je svega devet godina stariji od Tjuringa. Još uvek je bio profesor-asistent, a sem prinstonske plate, od koje mu je zavisila cela porodica (pa i njegov ostareli otac, penzionisani sudija), nije imao drugih prihoda. Matematičari mogu da napreduju samo ako objavljuju značajne publikacije koje, nakon pažljivog razmatranja, odobravaju cenjeni naučnici. Mogućnost da polaže pravo na rešenje *Entscheidungsproblema* posredstvom „Čerčovih teza“ značila je Čerču baš koliko i Tjuringu mogućnost da to isto učini preko „Tjuringovih teza“.\* Zanimljivo je da je u razgovoru sa Asprejom 1984. godine, Čerč, tada osamdesetogodišnjak, izvrđavao konkretan odgovor na pitanje kada je prvi put čuo za Tjuringa i „Izračunljive brojeve“. Taj razgovor je upečatljiv zbog onoga što je rečeno, ali podjednako i zbog onoga što je ostalo neizgovoreno:

\* Interesantno je da se do danas oba imena koriste, mada je teza sada poznatija kao „Čerč-Tjuringova teza“.

*Asprej*: Ako nemate ništa protiv, postavio bih vam još nekoliko pitanja o ovoj temi koja me posebno interesuje zato što je moja disertacija bila o Tjuringu. Otkud ste čuli za Tjuringov rad?

*Čerč*: Pa, Tjuring je doznao za moj rad kad je pročitao članak štampan u *American Journal of Mathematics*. U to vreme njegov rad je bio skoro pripremljen za objavljivanje. Možda je bio i potpuni spreman za publikaciju. U svakom slučaju, Tjuring se dogovorio sa uredništvom jednog britanskog časopisa da njegov rad bude objavljen u najkraćem roku i otprilike šest meseci kasnije njegov rad se pojavio. Mislim da mi je Njuman uskoro pisao o tome.

Ako ostavimo po strani hronološke greške, u ovom delu razgovora posebno upada u oči da je Čerč na pitanje: „Kako ste saznali za Tjuringov rad?“, odgovorio kao da mu je postavljeno sledeće pitanje: „Kako je *Tjuring* saznao za vaš rad?“ Čerč je rekao *Aspreju*, da je Tjuring vest o njegovim rezultatima „silno razočarala“. Nikada nismo saznali kako je Čerč primio vest o Tjuringovim rezultatima.

Jedno je bilo bez sumnje: iako metode koje su Čerč i Tjuring koristili nisu mogle biti različite – upravo je zbog jedinstvenosti Tjuringove metode njegov rad odskakao – njihovi su zaključci bili identični. To je značilo da je Tjuring morao potvrditi i priznati Čerčov rad pre nego što objavi „Izračunljive brojeve“. Tako je u avgustu sastavio dodatak svom radu – dokaz o jednakosti između njegove izračunljivosti i Čerčove  $\lambda$ -definabilnosti. Tek onda je poslao svoj rukopis. Čerč je izrazio spremnost da sarađuje s Tjuringom na Princetonu. Tjuring se oprostio s majkom 23. septembra u Sautemptonu i ukrcao se na brod *Berengarija* britanske pomorske kompanije

Kanard lajn (Cunard Line). Putovao je najjeftinijom klasom. Poneo je i staru violinu koju je kupio na londonskoj tržnici na Farington roudu, i stari sekstant. „Od svih nezgrapnih stvari koje bih zadržala“, napisala je njegova majka, „neka to bude staromodni sekstant. Iako je izvršio neka merenja, sumnjao je u da su rezultati tačni što zbog kretanja broda, što zbog mana samog instrumenta, a i zbog svog neiskustva“. U zaglavlju pisma poslatog s broda Tjuring je napisao *Berengarija* 41° 20' N. 62° W.

U Njujork je stigao 29. septembra. Od osnivanja, 1932. godine, Institut za napredne studije, Princeton se brzo razvio u Getingen dvadesetog veka. Iako je institut potpuno bio odvojen od odseka za matematiku tog univerziteta, to što su se obe katedre nalazile u Fajn Holu značilo je da prave razlike među njima zapravo nema. Tjuring je pisao majci:

Matematički odsek je potpuno ispunio moja očekivanja. Ovde je veliki broj najistaknutijih matematičara: Džon fon Nojman, Vejl, Kurant, Hardi, Ajnštajn, Lefšec i mnoštvo mlađih. Nažalost, nema ni približno matematičara logičara koliko je bilo prošle godine. Ovde je Čerč, naravno, ali Gedel, Klin, Roser i Bernajs koji su bili ovde prošle godine, otišli su. Ne mislim da mi iko od njih posebno nedostaje, sem Gedela. Smatram da su Klin i Roser samo Čerčovi učenici i nemaju da ponude ništa više od onoga što se dobija u saradnji s Čerčom. Mislim da je Bernajs prilično staromodnih stavova, taj sam utisak stekao čitajući njegove radove, ali ako ga budem upoznao, možda ću promeniti mišljenje.

Bernajs je bio jedan od Hilbertovih učenika u Getingu. Od 1930. godine izražavao je optimistički stav da će

se konačno otkriti pozitivno rešenje *Entscheidungsproblema*. S obzirom na to da je Hardi bio homoseksualac i da je završio Kembridž, čovek bi pomislio da će preuzeti ulogu Tjuringovog mentora. Ali on je, kako je Tjuring pisao, „bio veoma nedruželjubiv ili moguće stidljiv. Sreo sam ga u odajama Morisa Prajsa\* onog dana kada sam stigao i nije mi se obratio ni jednom jedinom rečju. No sada je mnogo srdačniji“.

Poput mnogih postdiplomaca na katedri za matematiku, Tjuring je provodio skoro sve vreme u Fajn Holu. Ta tro-spratna zgrada od crvene opeke imala je prozorska krila prepuna detalja i kameni krov od škrljaca. Iako su Fajn Hol odlikovali elementi gotske arhitekture, otvoren je tek 1931. godine. Inicijativu da se podigne ovo zdanje pokrenuo je matematičar Osvald Veblen (1880–1960), Čerčov mentor, nameravajući da oponaša arhitekturu Oksforda i Kembridža. Iako je Veblen poticao iz Ajove a preci su mu došli iz Norveške, bio je anglofil. Predavao je na Oksfordu i oženio se sa Elizabet Ričardson, sestrom britanskog fizičara Ovena Vilansa Ričardsona. Možda je baš zbog toga zamislio Fajn Hol kao svojevrsan Oksbridž koji bi namenski koristili isključivo matematičari i fizičari. Kao što su na oksfordskim koleđima postojale omladinske zajedničke prostorije u kojima su studenti provodili vreme i družili se s nastavnim osobljem i seniorske prostorije u kojima su se okupljali profesori da bi popili porto, u Fajn Holu je postojala zajednička prostorija dostupna svima (kroz nju se moralo proći kako bi se ušlo u biblioteku) i jedna koja je bila rezervisana isključivo za profesore. U toj „profesorskoj zbornici“ nastavno osoblje moglo je da razgovara ili čita ispred kamina s drvenim okvirom sa

\* Moris Prajs (1913–2003), fizičar i profesor na Oksfordu.



*Alan Turing, 1930. godine na jednoj od fotografija snimljenih za pasoš (King's College Library, Cambridge)*

urezanim matematičkim simbolima i slikama, poput slike na kojoj muva istražuje Mebijusovu traku. Na okviru kamina bilo je zapisano Ajnštajново: „Raffiniert ist der Herr Gott, aber boshaft ist er niht“, što je fizičar H.P. Robertson preveo kao: „Bog je lukav, ali nije zloban“. Pojedini prozori bili su podeľjeni na poliedre, dok su na nekima bili vitraži s formulama, uključujući i  $E = mc^2$ .

Kao što je bila preslikana arhitektura Oksforda i Kembridža, tako se mnogo činilo i na oponašanju rituala s tih univerziteti. Tako su se na Graduate koledžu studenti presvlačili u svečana odela za večeru, dok je u zajedničkoj sobi Fajn Hola čaj posluživan svakog dana tačno u tri sata. Uprkos održavanju



zvaničnih čajanki, zajednička soba je imala očigledno neformalan (i očigledno američki) stil koji se potpuno razlikovao od onog u Kraljevom koledžu. Siromašniji diplomci provodili su tamo skoro sve slobodno vreme, a vraćali su se u svoje sobe samo da prespavaju. Čaj nisu servirale služavke nego su to radili studenti koji su za to dobijali nešto novca. Pored zajedničke sobe nalazila se mala kuhinja sa električnim šporetom i – čudom nad čudima – mašinom za pranje sudova. Tu se čuvala velika količina čajnih kolačića (engl. *cookies*, za Tjuringa je ovo bio strani izraz). U vreme ekonomske krize posluživao se tačno određen broj kolačića da gladni studenti ne bi navalili na slatkiše i tako obezbedili sebi dodatni obrok.

Ne čudi što je samo nekoliko profesora koristilo prostoriju predviđenu za nastavno osoblje. U zajedničkoj sobi je bilo izuzetno zabavno. Uvek su se igrale neke igre: go, šah, *kriegspiel* (varijanta šaha na slepo). Uz to se i kartalo, što je Tjuringov prijatelj Šon Vajli posebno voleo. Šon Vajli je došao sa Oksforda (njegov otac je bio univerzitetski profesor). Završavao je poslednju od tri godine na Prinstonu, baš u vreme kada je Tjuring počinjao prvu od dve godine koliko će ukupno provesti na Prinstonu. Veoma brzo, Vajli će ga uključiti u svoj krug američkih i engleskih diplomaca čiji su članovi bili Fransis Prajs, Vil Džons i Bobi Barel. Grupa je organizovala potrage za blagom, čak je imala i tim za hokej na travi koji je igrao utakmice protiv ženskog tima iz Škole gospođice Fajn (sestre profesora Fajna po kome je Fajn Hol dobio ime) i koledža Vasar. Iako su na Tjuringa gledali sa simpatijama i smatrali ga počasnim članom svoje klike, on se držao po strani. „Mislim da mu je bilo drago što je bio uključen u sva događanja“, Vajli je kasnije pričao Frederiku Nebekeru, „ali u tom trenutku sigurno nije bio pokretački duh“.

Sve u svemu, Princeton se pokazao kao veoma zbunjujuće mesto za Tjuringa, mladog Engleza iz srednje klase. Zbunjivalo ga je, na primer, što niko od diplomaca s kojima je radio „nije govorio samo o poslu. U tom smislu bilo je drugačije nego na Kembridžu“. Američki način govora ga je takođe iznenađivao:

Američki govor ima osobenosti koje povremeno ne mogu da prenebregnem. Svaki put kada im se zahvalim zbog nečega, uzvrate mi sa „You're welcome“.\* U početku mi se to veoma dopalo, mislio sam da mi žele dobrodošlicu. Sada shvatam da je to nešto kao kad se vrati lopta odbijena o zid pa pomalo strahujem od toga. Druga navika im je da ispuštaju zvuk koji bi se najbolje mogao opisati kao „aha“ kad god nemaju prikladan odgovor a smatraju da bi ćutanje bilo nekulturno.

Mladog čoveka odgojenog u društvu definisanom klasnim razlikama, fizičkom uzdržanošću i rigidnim shvatanjima obzirnog ponašanja, posebno je uznemiravala slobodnija socijalna interakcija. „Iako pripravan na susret s demokratijom u punom cvatu“, pisala je gospođa Tjuring, „bio je iznenađen prisnošću uslužnih radnika. Kao ekstreman slučaj je navodio ponašanje vozača kombija koji je odnosio veš u praonicu. On ga je, objašnjavajući mu kako će ispuniti neki njegov zahtev, obgrlio rukom oko ramena. 'To bi u Engleskoj bilo naprosto neverovatno.'“ Naravno, čitajući između redova, čovek se zapita da li se iza Tjuringove zgranutosti vozačevom familijarnošću krila određena dublja nelagoda:

\* U prevodu „nema na čemu“, ali i „dobrodošli ste“, a Tjuring je to tumačio na ovaj drugi način. (*Prim. prev.*)

iznenađenje zbog tako izravno erotičnog gesta, nesigurnost kako da na to reaguje, čak i naknadno razočaranje zbog propuštene prilike.

Vesti o Engleskoj pratio je u američkim novinama. „Šaljem ti neke isečke o gospođi Simpson“, pisao je majci 22. novembra, „kao reprezentativan uzorak vesti koje ovde dobijamo o tom slučaju. Pretpostavljam da nisi ni čula za nju, ali nedavno je bila na naslovnim stranama“. Posle nešto više od nedelju dana žalio se da je „užasnut načinom na koji ljudi pokušavaju da se mešaju u kraljev brak. Može biti da kralj ne bi trebalo da se oženi gospođom Simpson, ali to je njegova privatna stvar. Ja sâm ne bih tolerisao nikakvo biskupovo mešanje i ne vidim ni zašto bi kralj to podnosio“.

Jake reči, posebno zato što su upućene majci. Ipak, Tjuring je imao razloga da se identifikuje s nedaćama Edvarda VIII; na kraju krajeva, i njegove ljubavne priče su bile od vrste koja bi mogla da izazove biskupovo neslaganje. Hipokrizija Anglikanske crkve, kao i pokušaji britanske štampe da zataškaju priču, izazivali su njegov bes. „Verujem da je vlada želela da se otarasi kralja, pa je gospođa Simpson poslužila kao dobra prilika za to“, pisao je Tjuring. Ideja da političke institucije mogu da koriste čovekov privatni život protiv njega Tjuringa nije ni šokirala ni posebno iznenadila, ali ga jeste uznemirila kao i ono što je nazivao sramnim ponašanjem kenterberijskog nadbiskupa: „Čekao je da Edvard bude bezbedno skrajnut i tek onda je izneo silne pokude na račun izjava koje ga se baš i ne tiču. Nije se usudio da to radi dok je Edvard bio kralj. Takođe, nije imao nikakve primedbe dok je gospođa Simpson bila kraljeva ljubavnica, ali da se oženi njome, pa to uopšte ne bi bilo u redu“.

Bila je to upravo ona vrsta seksualne hipokrizije s kakvom je Tjuring rastao u školama gde je homoseksualnost tolerisana

pod uslovom da homoseksualci ne obznane svoje opredeljenje. Kako se hitro tiha tolerancija pretvarala u brutalnu represiju čim bi ljubavnici odlučili da izađu u javnost! Nadbiskupova politika: „Ne pitaj, ne govori“, ljutila je Tjuringa ne samo zbog kralja i gospođe Simpson, nego i zbog implikacija na njegovu budućnost. Doista, i u maju 1939. još uvek se nervirao zbog abdikacije, napominjući majci kako mu je „drago što se kraljevska porodica odupire pokušajima kabineta da drži brak Edvarda VIII u tajnosti“.

Za to vreme, na Prinstonu su se priređivale zabave – one vrste na kojima se razgovaralo i o sudbini gospođe Simpson. Iako matematičari obično nemaju reputaciju ljubitelja zabava, ekipa u Fajn Holu bila je vanredno druželjubiva. Nadahnuti i glamurozni Džon fon Nojman i njegova druga žena Klara u svojoj kući priređivali su gala zabave na koje su često pozivali diplomce. Herman Vejl i njegova supruga Hela organizovali su okupljanja na kojima je služena turska kafa. Nasuprot njima, povremene večere na koje su pozivali Čerč i njegova žena Meri bile su prilično dosadne, bar sudeći po onome o čemu je Tjuring obavestavao majku. „Čerč me je pre neko veče pozvao na večeru“, pisao joj je tog oktobra. „S obzirom na to da su gosti sve univerzitetski svet, razgovori su me prilično razočarali. Koliko uspevam da se setim, čini se da ni o čemu drugom nisu pričali do o različitim zemljama iz kojih dolaze“.

Ako je Čerč uopšte i primetio Tjuringa, kasnije ga je zaboravio. Vilijam Asprej ga je posle mnogo godina pitao za imena diplomaca sa kojima je sarađivao tridesetih godina. Njegov odgovor je, još jednom, upečatljiv upravo po tome što je samo Tjuringa izostavio. Nakon što ga je Asprej podsetio na Tjuringa, Čerč je dodao: „Da, zaboravio sam na njega dok sam

nabrajao svoje diplomce. Uistinu, on nikada nije bio zaista moj. On je diplomirao pre nego što je došao na Princeton i tamo je pisao svoju doktorsku disertaciju“. Na molbu da opiše kakav je Tjuring bio, Čerč je rekao: „Nisam bio dovoljno u kontaktu s njim da bih to znao. Bio ga je glas da je usamljenik i pomalo čudak“. Isto se, naravno, često govorilo i o samom Čerču.

#### 4.

Januara 1937. objavljen je Tjuringov rad „O izračunljivim brojevima“, u izdanju *Protokola Londonskog matematičkog društva* (*Proceedings of the London Mathematical Society*). Na Tjuringovo razočaranje, rad je izazvao izrazito mlako interesovanje. „Dobio sam samo dva pisma u kojima mi traže primerak“, pisao je majci, „jedno od starog prijatelja sa Kembridža, R. B. Brajtvajta,

i jedno od profesora [*sic*] iz Nemačke... Čini se da ih prilično zanima ovaj rad. Mislim da ipak ostavlja neki utisak. Razočarao me je ovdašnji prijem. Očekivao sam da će Vejl, koji je pre nekoliko godina radio na nečemu vrlo bliskom ovome što ja radim, uputiti makar nekakav komentar.

Ali Vejl, čija je monografija iz 1918, *Das Kontinuum*, temelj klasične analize, nije rekao ništa. Očito, nije se oglasio ni žustri kosmopolita Džon fon Nojman, koji je kao i Vejl bio negdašnji pristalica Hilbertovog programa. Fon Nojman je 1930. prisustvovao Gedelovom predavanju u Kenigsbergu u kome je ovaj izneo svoju teoremu o nepotpunosti. Posle predavanja je prišao Gedelu i interesovao se za pojedinosti; po

rečima Solomona Fefermana, bio je „jedan od prvih koji su uvideli koliko su značajna Gedelovih razmatranja o nepotpunosti. Zaista, priča se da je sam došao do druge teoreme o nepotpunosti... nezavisno od Gedela, a nakon što se upoznao s Gedelovom prvom teoremom o nepotpunosti“.

Fon Nojman nije bio čuven samo po zaprepašćujućem talentu za matematiku, nego i po širini interesovanja – u disciplini čiji delovi često nemaju dodirnih tačaka, on je bio svojevrsan majstor za sve. Kada su objavljeni Gedelovi nalazi, Fon Nojman potpuno napušta logiku kako bi se bavio drugim oblastima, a jednom je čak tvrdio kako posle 1931. nije pročitao nijedan jedini rad iz oblasti logike. Većina kolega je sumnjala u istinitost te tvrdnje; ali u svakom slučaju, njegova vidna alergija na logiku možda je objašnjenje izostanak bilo kakve reakcije, pozitivne ili negativne, na Tjuringov rad „O izračunljivim brojevima“.

Problem je je donekle bilo i to što je Princeton 1937. bio važan matematički i fizički centar. Institut za napredne studije je sve više postajao прибежиште za evropske naučnike koji su u osvit nacizma bili primorani da napuste domovinu. Stoga je sve veći prestiž ove zajednice bio direktno proporcionalan odlivu fakultetskih umova iz negdašnjih evropskih središta znanja kao što je Getingen. Retko je toliko velikih umova bivalo okupljeno u jednoj jedinjoj zgradi. Džozef Dejli objasnio je Aspreju: „Imali ste Fon Nojmana, Ajnštajna, Veblena, Nebelmana, T. I. Tomasa i Ala Takera. Diplomcima je bio pravi problem da odole i ne raspu se na šesnaest različitih oblasti, pa na kraju ništa zaista ne urade“.

Logičari su već bili u manjini – a Gedelovo odsustvo i Nojmanov beg od logike samo su dodatno pogoršali situaciju. Ni rešavanje *Entscheidungsproblem* nije delovalo kao naročit

posao kada je Ajnštajn bio tu. Da bi vas na Princetonu primetili, morali ste nešto postići, ali morali ste i umeti da promovirate svoj rad, a u tome se Tjuring – budući stidljiv – znatno lošije snalazio od svog prijatelja Morisa Prajsa. O Prajsu je pisao majci da je „mnogo svesniji šta to valja učiniti da bi se lakše napredovalo u karijeri. On se veoma trudi da razvija socijalne kontakte sa krupnim zverkama u matematici“. Čerč je bio cenjeniji od Tjuringa, i uz to je i predavao na Princetonu, i to je otežalo situaciju. Na to se nadovezala činjenica da je bilo teško pratiti Tjuringov rad. Prema Njumanu, Tjuringova izolacija, jeste doprinosila svežini njegovih razmišljanja ali mu je istovremeno stil bio nepristupačan. Zbog svega toga valjalo je temeljno zaći u sam rad „O izračunljivim brojevima“ kako bi se shvatila zadivljujuća originalnost njegove suštine, a malo koji kolega je za to imao dovoljno strpljenja.

Tjuringov rad je zaista bio novina. Kada je Šopen prvi put izvodio svoje kompozicije, publika je bila zbunjena, čak i uvređena. Moneove slike užasavale su njegove savremenike Parižane. Knjiga „O izračunljivim brojevima“ nije izazvala tako burne reakcije, ali je bila ispred svog vremena i tišina s kojom je primljena na izvestan način je odražavala nespremnost Tjuringovih savremenika da prepoznaju implikacije njegovog dela. Te 1936. godine Postova analogija s fabrikom predstavljala je mnogo prepoznatljiviji simbolički jezik nego Tjuringova  $a$ -mašina. Što se Čerča tiče, iako je njegov lambda račun odlikovala izvesna elegancija i sveobuhvatnost, on nije bio ni blizu onako odvažne i snažne imaginacije a upravo je to činilo Tjuringovu formulaciju privlačnom i upečatljivom.

Čerč je bio više nego velikodušan prema svom navodnom učeniku. U prikazu rada „O izračunljivim brojevima“ u *Journal of Symbolic Logic* napisao je:

Kako stvari stoje, ovde je reč o ekvivalentnosti tri različita pojma: izračunljivost pomoću Tjuringove mašine, opšta rekurzivnost u tumačenju Erbrana, Gedela i Klina i  $\lambda$ -definabilnost u tumačenju Klina i autora ovog prikaza. Od nabrojanih pojmova, prvi ima tu prednost što omogućava poistovećivanje s pojmom efektivnosti u običnom (ne eksplicitno definisanom) smislu – tj. bez nužnog dokazivanja preliminarnih teorema. Drugi i treći pojam prikladni su za uobličavanje u sistem simboličke logike.

Značajno je i to što se u Čerčovom prikazu prvi put javlja termin „Tjuringova mašina“ – što svedoči da je mašina već tako brzo nadrasla problem čijem rešavanju je namenjena i počela da vodi sopstveni život. Bilo je privlačno takvu mašinu zamisliti kako neumorno provlači traku napred-nazad kroz svoje čeljusti. Da se poslužimo pozorišnim rečnikom, mašina je počinjala da istiskuje sve druge likove – Hilberta, Čerča, čak i sopstvenog izumitelja.

Za to vreme, Tjuring je pod Čerčovim mentorstvom pisao rad u kom je nameravao da jasno izloži ekvivalentnost Tjuringove izračunljivosti i  $\lambda$ -definabilnosti. Štampan je u jesen 1937. u *Journal of Symbolic Logic*. U krugu zainteresovanih za takve stvari vodile su se izvesne diskusije o tome koji sistem će se na kraju pokazati kao korisniji. Klin je, recimo, smatrao da je „zaista lakše raditi sa opštim rekurzivnim funkcijama nego s komplikovanim tablicama Tjuringove mašine“, dok je Post kritikovao neke pojedinosti Tjuringovog rada. Nije-dan kolega nije porekao značaj Tjuringovog rada. Međutim, niko ga nije ni podržao.

Bilo je jasno da će bar na neko vreme – i bar na Prinstonu – Tjuringova mašina morati da bude druga violina ostalim



pristupima. Kraljevstvo možda jeste bilo malecno, ali Čerč je bio kralj, a Tjuring dovoljno mudar da ne razmišlja o kraljeubistvu. Umesto toga, radio je na svojoj doktorskoj rezi, pod Čerčovim mentorstvom, i pisao dva rada o teoriji grupa, od kojih jedan kao odgovor na problem koji je postavio Fon Nojman (čini se da ga je Fon Nojman drage volje ohrabrivao, pod uslovom da rad nema nikakve veze sa logikom). Takođe je održao predavanje o izračunljivosti u Matematičkom klubu, ali je bilo slabo posećeno. „Čovek mora imati reputaciju da bi ga slušali“, pisao je majci. „Nedelju dana posle mene, predavanje je držao G. D. Birkhof\*. On ima odličnu reputaciju i prostorija je bila puna. Ali, predavanje uopšte nije bilo na visini. Čak su mu se posle svi smejali“. Izgleda da je Tjuring ubrzano učio bolnu lekciju: previše često, reputacija je važnija od talenta. Ostalo je još da se vidi hoće li razviti samoreklamersku snalžljivost kakvu je već praktikovao njegov prijatelj Moris Prajs.

## 5.

Bez obzira na Tjuringovu društvenu neprilagođenost, njegove sposobnosti nisu prošle neprimećeno na Prinstonu. Posebno su ga ohrabrivali Luter Ajzenhart, šef katedre za matematiku, i njegova supruga Ketrin. Februara 1937. pisao je majci:

Juče sam bio na redovnoj nedeljnoj čajanki kod Ajzenhartovih i krenuli su da me ubeđuju da ostanem još godinu

\* Iako je Džordž Dejvid Birkhof slovio za jednog od najvećih matematičara svog vremena, po Ajnštajnovim rečima bio je i „jedan od najvećih antisemita na svetu“. Uporno je sprečavao Jevrejima pristup na svoju katedru na Harvardu.

dana. Ajzenhart je uglavnom iznosio socijalne ili polumoralne polusociološke razloge za to zašto bi bilo dobro da ostanem još godinu dana. Nagovestio je da mi neizostavno sleduje i Prokterova stipendija (2000 dolara godišnje). Rekao sam kako na Kraljevom koledžu verovatno očekuju da se vratim, ali sam im neodređeno obećao da ću ih obavestiti o svemu.

I jeste obavestio Kraljev koledž o svemu – ali time nije postigao ništa. Nisu ga pozvali da predaje (umesto njega, pozvan je Moris Prajs) i na kraju je – prilično nevoljno, pošto je počinjala da mu nedostaje kuća – pristao da oстане još godinu dana. Fon Nojman mu je napisao preporuku za stipendiju – u kojoj je, vredi primetiti, istakao Tjuringov rad na teorijama skoro periodičnih funkcija i kontinualnih skupova, ali nije rekao ništa o „Izračunljivim brojevima“ – i to je zapečatilo situaciju. Tjuring je napisao majci da će biti „bogat čovek“. Bez obzira na to, odlučio je da se barem tokom leta vrati u Englesku i 23. juna – na svoj dvadeset peti rođendan – isplovio je iz Njujorka.

Kad se vratio u Kembridž zabavio se ispravljanjem nekih grešaka u „Izračunljivim brojevima“, doktorskom tezom i završavanjem rada na kojem mu je Čerč bio mentor. U njemu se bavio ekvivalentnošću sopstvenog koncepta izračunljivosti,  $\lambda$ -definabilnosti i Gedelovog koncepta „opšte rekurzivnosti“ (koji je preuzeo Klin). Međutim, možda najzanimljivije čime se bavio jeste matematički problem vrlo dalek od sveta logike. To je Rimanova hipoteza, koja je u to vreme bila goruća tema među teoretičarima brojeva. Do nastanka ove knjige, Rimanova hipoteza je ostala nerešena; odista, smatra se najvažnijim nerešenim matematičkim problemom.

Rimanova hipoteza se bavi distribucijom prostih brojeva. Zahvaljujući Euklidu, znamo da prostih brojeva ima beskonačno mnogo. Ali postoji li pravilnost u nizu u kojem se pojavljuju? Distribucija se na početku čini nasumičnom:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25

Ali, kako brojevi rastu, čini se da je prostih sve manje i manje:

$N$	Broj prostih brojeva od 1 do $N$	% prostih brojeva od 1 do $N$
10	4	40
100	25	25
1000	168	16,8
10000	1.229	12,29
100000	9.592	9,59

Ipak postoji neka pravilnost u nizu prostih brojeva, kao što je Karl Fridrih Gaus (1777–1855) otkrio 1793. godine. Gaus je primetio korelaciju između distribucije prostih brojeva do određenog broja  $n$  i prirodnog logaritma tog broja. Zahvaljujući tome formulisao je *teoremu o prostim brojevima*, formulu za utvrđivanje broja prostih brojeva do određenog broja u nizu – ili makar približno utvrđivanje, jer u formuli se neznatno precenjivao broj prostih brojeva. Sledeći korak je bio pronaći način da se eliminiše ova greška u teoremi prostih brojeva – odnosno, valjalo je postaviti formulu za izračunavanje tačnog broja prostih brojeva u nizu do bilo kog, makar i nepojmljivo velikog broja.

Tu stupa na scenu nemački matematičar Bernhard Riman (1826–1866.) Riman se služio takozvanom zeta-funkcijom, koja se označava grčkim slovom  $\zeta$ , a izračunava se pomoću formule:

$$\zeta(x) = \frac{1}{1^x} + \frac{1}{2^x} + \frac{1}{3^x} \dots + \frac{1}{n^x} \dots$$

Riman je otkrio da unošenjem kompleksnih brojeva\* u zeta-funkciju može da eliminiše grešku iz teoreme prostih brojeva. Prilično komplikovanom računicom postavio je hipotezu: kad god zeta-funkcija s kompleksnim argumentom  $x$  ima vrednost 0, realan deo kompleksnog broja  $x$  je  $\frac{1}{2}$ . To znači da bi se na grafikonu funkcije sve nule pozicionirale na takozvanoj *kritičnoj liniji*  $\frac{1}{2}$ . Složena matematička veza koju je Riman utvrdio između nula zeta-funkcije i prostih brojeva, pokazivala je da je moguće eliminisati grešku iz teoreme o prostim brojevima ako je hipoteza tačna.

Ali, da li je Rimanova hipoteza tačna? Može li se dokazati? Oporogavanje bi bilo jednostavno, dovoljno bi bilo naći jednu jedinu nulu koja odstupa od kritične linije. Nažalost, testiranje nula bilo je tehnički vrlo zahtevna rabota za koju se iziskuje upotreba izuzetno složenih matematičkih operacija. Na primer, formula koju su osmislili G. H. Hardi i Dž. E. Litlvid omogućila im je da krajem dvadesetih godina potvrde da se prvih 138 nula nalazi na kritičnoj liniji, ali ispostavilo se da je njome neizvodivo izračunati nule dalje od tog broja. Godine 1935, matematičar E. Č. Tičmarš (1899–1963) pokrenuo je projekat mapiranja nula pomoću mašina s bušenim karticama,

\* Kompleksan broj se definiše kao kombinacija realnog i *imaginarnog* broja. Imaginarni broj je, pojednostavljeno, kvadratni koren negativnog broja – imaginaran je zato što svaki broj, bilo pozitivan ili negativan, pomnožen sa samim sobom daje pozitivan rezultat. Stoga  $\sqrt{-1}$  ne može da postoji, pa je „imaginaran“.  $\sqrt{-1}$  je osnova svih imaginarnih brojeva i označava se kao  $i$ . Zato se  $\sqrt{-4}$  označava kao  $2i$ ,  $\sqrt{-9}$  kao  $3i$  itd. Budući da su kombinacije realnih i imaginarnih brojeva, kompleksni brojevi se zapisuju izrazima  $3 + 6i$ ,  $-2,547 - 1,34i$  itd.

u cilju proračunavanja kretanja nebeskih tela. Tada je ustanovljeno samo to da se prvih 1041 nula nalaze na kritičnoj liniji. Samo jedan suprotan primer bi bio dovoljan da se obori hipoteza. S druge strane, dokaz hipoteze bi morao biti teorijski i morao bi potpuno eliminisati mogućnost da postoji makar i jedna jedina nula mimo kritične linije, sve do beskonačnog. (Naravno, treća mogućnost je da se hipoteza pokaže tačna, ali nedokaziva u gedelovskom smislu reči. Međutim, do sada niko nije uspeo da dokaže ni njenu nedokazivost.) Govorkanja da je sam Riman imao dokaz hipoteze – koji je posle njegove smrti, zajedno s drugim važnim papirima spalila njegova preterano revnosna kućna pomoćnica – samo je pojačala frustracije zbog tog problema. Stavovi o validnosti hipoteze su bili krajnje različiti; čak je Hardi, koji je dobar deo karijere posvetio rvanju s Rimanovom hipotezom, umnogome menjao mišljenje s vremenom. Godine 1937, kada je živio na Prinstonu, očito je bio pesimističan u pogledu ispravnosti hipoteze – i taj pesimizam je vrlo verovatno preneo na Tjuringa.

Tjuring se tog leta bavio posebno zapetljanim aspektom Rimanove hipoteze. Iako korišćenje Gausove teoreme prostih brojeva ukazuje da teorema uvek precenjuje broj prostih brojeva u nizu do  $n$ , matematičar sa Kembridža Stenli Skjues je 1933. pokazao da se u određenom trenutku posle  $10^{10^{10^{34}}}$  situacija preokreće pa formula počinje da potcenjuje broj prostih brojeva. Hardi je izneo zapažanje da je  $10^{10^{10^{34}}}$  verovatno najveći postojeći broj koji u matematici ima nedvosmisleni svrhu i pokušao je da istakne to koliko je velik rečima:

Broj protona u svemiru je oko  $10^{80}$ . Broj mogućih partija šaha je mnogo veći, možda  $10^{10^{50}}$ . Da je svemir šahovska tabla, da su protoni šahovske figure, a svaka promena

pozicije dva protona potez, onda bi broj mogućih partija bio otprilike približan Skjuesovom broju.

Tjuring je težio ili da snizi granicu koju je Skjues postavio ili da potpuno obori Rimanovu hipotezu. Ali, iako je napisao nacrt rada, nikada nije objavio te rezultate. Nacrt je kružio posle njegove smrti i otkriveno je da sadrži mnoge greške – sve su ispravili A. M. Koen i M. J. E. Mejhju 1968. godine. Služeći se Tjuringovim metodama, uspeali su da snize granicu koju je Skjues postavio na  $10^{10^{529,7}}$ . Međutim, ispostavilo se da je 1966. godine R. S. Lemman drugom metodom snizio tu granicu na  $1,65 \times 10^{1165}$ . Činilo se da je Tjuringu i posle smrti ostalo suđeno da bude preteknut.

## 6.

Kad se Tjuring u jesen 1937. godine vratio na Princeton nije zatekao Hardija; on je već bio na Kembridžu gde je počeo da piše memoare, *A Mathematician's Apology*, koji će biti objavljeni 1940. godine. Njih dvojica se nikada nisu slagali. Kako je to Hodžiz primetio, delile su ih „generacijski jaz i višeslojna suzdržanost“. Hardi je, pored toga, bio i ortodoksniji matematičar od Tjuringa. Njegov rad je bio u okvirima čiste matematike, zbog čega je u memoarima napisao da je

prava matematika pravih matematičara, Fermaova, Ojlerova, Gausova, Abelova i Rimanova, u celosti „beskorisna“ (što je i tačno kada je reč o primenjenosti i čistoti matematike). Nemoguće je smisao života svakog profesionalnog matematičara videti u tome da li je od njegovog rada bilo nekakve koristi.

Hardi je matematiku smatrao suštinski bezazlenom, čak i neutralnom – nešto poput naučne Švajcarske – što je značilo da je sve do kraja 1940. godine i dalje nalazio utehu u saznanju da „još uvek niko nije otkrio bilo kakvu svrhu teorije brojeva ili relativiteta i izgleda malo verovatno da će to nekome poći za rukom u narednim godinama“. Kao pravi matematičar, želeo je da potvrdi kako će njegova disciplina zauvek ostati „plemenita i čista“, čak i pored činjenice da je Treći rajh upotrebio mašinu za šifrovanje, Enigmu (u proizvodnji od 1939. godine) u vojne svrhe, dok je u Americi teorija relativnosti primenjena za izradu atomske bombe. Proniknuti u jednostavnu konstrukciju koda koji je naizgled bilo nemoguće razbiti i mašine koja ga odašilje, bio je jedan od prvih ratnih zadataka matematičara. Bez mogućnosti da i dalje slede put plemenite i čiste nauke, svoj talenat će morati da stave na raspolaganje suparničkim ratnim mašinerijama, jednoj koja je bila rešena da zavlada svetom i drugoj, rešenoj da je u tome zaustavi. Hardi je toliko pogrešio u svojim tvrdnjama, ispostavilo se, pa ne možemo a da se ne zapitamo koliko je od onoga što je napisao bilo u domenu pustih snova. Ubrzo će sudbina Evrope, u velikoj meri, počivati na ramenima male grupe naučnika. Njihove odluke će direktno uticati na ljudske živote. Alan Tjuring će biti jedan od njih.

Tjuring je veći deo života pokušavao da uskladi svoju strast prema matematičkoj logici s potrebom da konstruiše. Kao homoseksualac navikao je da vodi dvostruki život, a onda se pritajeni inženjer u njemu pobunio i tražio pažnju te je ubrzo po dolasku na Princeton napisao majci:

Često si me zapitkivala o mogućim primenama raznih matematičkih grana. Otkrio sam moguću primenu jedne grane

na kojoj radim upravo sada. Ona pruža odgovor na pitanje: „Koja je najopštija vrsta koda ili šifre“. U isto vreme mi omogućava da generišem mnoštvo posebnih i zanimljivih šifara. Jednu od njih je nemoguće dešifrovati bez ključa, a veoma brzo se može kodirati. Očekujem kako ću moći da je prodam vladi, ali sumnjam u moralnost takvog postupka. Šta ti misliš o tome?

Ostavimo razmatranje o moralnosti po strani. Projekat je Tjuringa toliko zaokupio da je po povratku u Princeton, u radionici pri katedri za fiziku otpočeo svoj plan izrade elektronskog umnožavača. Zamislio je da uređaj radi na bazi prekidanja i uspostavljanja kola (pomoću prekidača), a u svrhu kodiranja. Prekidanje i uspostavljanje strujnog kola 1937. godine bila je novina. To je važno i za korišćenje binarnih brojeva što je omogućilo primenu Bulove algebre, gde su pojmovi TAČNO i NETAČNO predstavljeni pomoću 0 i 1, iz čega je sledilo da su 0 i 1 povezani s pozicijama prekidača uključeno, odnosno isključeno. U tom pogledu Tjuring je preslikao istraživanje svog savremenika Kloda Šenona (1916–2001) čija će magistarska teza (odbranjena na MIT-u 1937. godine), *A Symbolic Analysis of Relay and Switching Circuits*, biti prvi objavljeni rad u kome je opisana primena Bulove algebre na mašine zasnovane na principu prekidača.

Tjuring je objasnio fizičaru Malkomu Makfejlju kako je zamisao da se napravi mašina za kodiranje bila da se „umnože brojevi koji korespondiraju sa specifičnim porukama pomoću užasno dugih, ali tajnih brojeva i da se prenese tako dobijeni proizvod. Dužinu tajnih brojeva određuje zahtev da bi stotinu Nemaca trebalo da radi sto godina po osam sati dnevno na kalkulatorima kako bi otkrili tajni faktor rutinskom proverom!“



Prema Makfejllovom kazivanju, Tjuring je zaista izveo prve tri od ukupno četiri faze ovog projekta. Naravno, u tom trenutku nije znao da će samo za nekoliko godina kasnije izbiti Drugi svetski rat i da će ga vlada poslati u Blečli Park gde će raditi na dizajnu mnogo sofisticiranije mašine za kodiranje. Međutim, već tada se primakao onome što će biti u središtu njegovog rada sledećih desetak godina: primeni matematičke logike u izgradnji mašina.

Iako se elektronskim umnožavačem (nikada ga nije završio) Tjuring bavio u slobodno vreme tokom akademske godine 1937–1938, nije zaboravio Rimanovu hipotezu. Tičmarš je sa svojom mašinom s bušenim karticama uspeo da pokaže samo to da se prvih 1041 nula zeta-funkcije nalaze na kritičnoj liniji  $\frac{1}{2}$ . Tjuring je predlagao da se napravi mašina zasnovana na modelu one iz Liverpula kojom su se izračunavala kretanja plime. Nešto ranije je saznao o Rimanovoj moćnoj metodi za izračunavanje nula koju je matematičar Karl Ludvig Zigel (1896–1981) otkrio među papirima koje je Rimanova žena Elza spasila od kućne pomoćnice s piromanskim sklonostima. Kao i Tičmarš pre njega, Tjuring je uočio paralelu između Rimanove formule i one koja se primenjuje za predviđanje plime i oseke, planetarnih orbita i drugih sličnih fizičkih fenomena. Liverpulska mašina je bila analogna – funkcionisala je na principu repliciranja kretanja plime koje je trebalo da proračuna – te bi, u principu, slična mašina za izračunavanje nula trebalo da radi isto tako... ili beskonačno ili dok ne naiđe na nulu koja nije na kritičnoj liniji. Uprkos Tičmaršovim pismenim ohrabrenjima, izgleda da Tjuring nije imao prilike da testira svoje ideje, bar ne dok je bio na Prinstonu.

Zvanično, posvetio se tezi pod Čerčovim mentorstvom. To je trebalo da bude rad u vezi s Gedelovom teoremom o

nepotpunosti. Nakon Gedelovog rezultata, mnogo napora uložili su logičari kako bi se minimalizovao njegov uticaj, te da bi se što manje mešao s primenjenom matematikom. Naravno, takav projekat je bio mnogo više u domenu Alonza Čerča i Tjuringa je uglavnom delovao po Čerčovim instrukcijama. Čerč u početku nije bio sasvim uveren u teoremu o nepotpunosti i nekoliko je godina tražio matematički ekvivalent „pukotina“ (engl. *loopholes*). Gedel ga je naročito jedio zbog toga što izgleda nije imao posebno visoko mišljenje o lambda računu; i zaista, u jednom trenutku Gedel je čak rekao kako „smatra potpuno nezadovoljavajućim“ Čerčov „predlog da se  $\lambda$ -definabilnost koristi kao definicija efektivne izračunljivosti“. Čerč je na to odgovorio ovako: ukoliko Gedel može da „iznese bilo kakvu definiciju izračunljivosti koja bi bila čak upola zadovoljavajuća“, onda će sam Čerč „izvesti dokaz da je takva definicija već uključena u lambda račun“. Bez sumnje to je i mogao. No, Čerču je promaklo da su Gedelove primedbe na lambda račun bile filozofske, pa čak i estetske, te da ih je definisao čim je pročitao „Izračunljive brojeve“.

Gedel nikada nije sreo Tjuringa. Godine 1937. živeo je u Jozefštatu, doktorskom okrugu u Beču, a u Princeton se vratio tek u jesen 1938. godine. Tjuring je do tada već napustio Princeton i vratio se u Englesku. Vrlo brzo je jasno stavio do znanja koliko mu je draža Tjuringova formulacija od Čerčove.\* Univerzalnost i direktnost *a*-mašine – činjenica da je, prema Klinovim rečima, bila usmerena pravo na cilj – privukla je platonistu u Gedelu i on je 1946. godine odao priznanje Tjuringu jer je

\* Prema Klinovom kazivanju, „tek pošto se pojavila Tjuringova formulacija, Gedel je prihvatio Čerčovu tezu i ona će od tada postati Čerč-Tjuringova teza“.

dao apsolutnu definiciju interesantnog epistemološkog zapažanja, to jest takvog koje ne zavisi od izabranog formalizma. Svi prethodno razmotreni slučajevi poput dokazivosti i definibilnosti, mogli su biti definisani samo u odnosu na dati jezik. Za svaki jezik bilo je jasno da ono što se dobilo nije ono za čim se tragalo.

Pod definabilnošću Gedel je, bez sumnje, aludirao na Čerčovu  $\lambda$ -definibilnost koju je smatrao nezadovoljavajućom. S druge strane, Gedel je kasnije napisao da se „precizna i nedvosmisleno adekvatna definicija opšteg koncepta formalnog sistema može dati zahvaljujući radu A. M. Tjuringa...“. Prema Fefermanovom kazivanju, Gedel nikada nije javno izrazio koliko je nezadovoljan Čerčovim tezama, ali nije ni prećutao šta misli o tome. Čerča mora da je zbolela nezadovoljavajuća ocena koju je dobio od najznačajnije ličnosti u njegovoj oblasti.

Ostaje nejasno da li se Čerč distancirao od svog tobožnjeg učenika zato što je Gedel bio naklonjen Tjuringovom pristupu. U određenom smislu, bili su veoma slični – ekscentrici, usamljenici, nesvikli na ustaljene društvene norme u komunikaciji. Čerč je bio istinski nedruštven, ali Tjuring je bez stida izražavao svoju glad za prijateljstvom i ljubavlju – za vezom kao iz Forsterovih romana – koju je blokirao samo njegov seksualni nemir. Istovremeno, bio je duboko pragmatičan. Želeo je da razume kako krasuljci rastu, da pravi pisaće mašine i računare. Za razliku od njega, Čerč je skoro potpuno živio u svojoj glavi. Za njega su krasuljci i računari bili isto što i beli i rogati stvorovi za Bula: figurice u igri logike. Nešto ranije, početkom prošlog veka, Bertrand Rasel je izjavio kako je „čista matematika predmet u kome nemamo pojma

šta pričamo, niti je li to što pričamo tačno“. Čerč je prihvatio formalističku tradiciju insistirajući da matematički simboli moraju biti striktno lišeni semantike koja bi mogla biti njihov sastavni deo. Ovakva perspektiva je duboko mučila Gedela, kad se uzme u obzir da je isticao „svoju distanciranost od... formalno-sintaksne interpretacije nauke i matematike“. Na kraju, nije ništa manje čudno što se Tjuring radeći s Čerčom osećao sputano i frustrirano nego to što je Gedelu – samo-proklamovanom realisti – smetalo sistematsko izuzimanje semantičkog „značenja“ što je, prema Čerču, bila velika vrlina lambda računa.